

# *Dinámica de poblaciones de células cancerosas y linfocitos bajo la acción de radioterapia.*



- Eloy Ortiz Hernández
- Rolando Placeres Jiménez
- Luis Morales Molina.
- Guillermo Molero Denes



# *Modelo en ausencia de radiación*

$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x - b \cdot x \cdot y$$

$$\frac{dy}{dt} = d \cdot (x - e \cdot x^2) \cdot y - f \cdot y + V$$



# *Puntos críticos:*

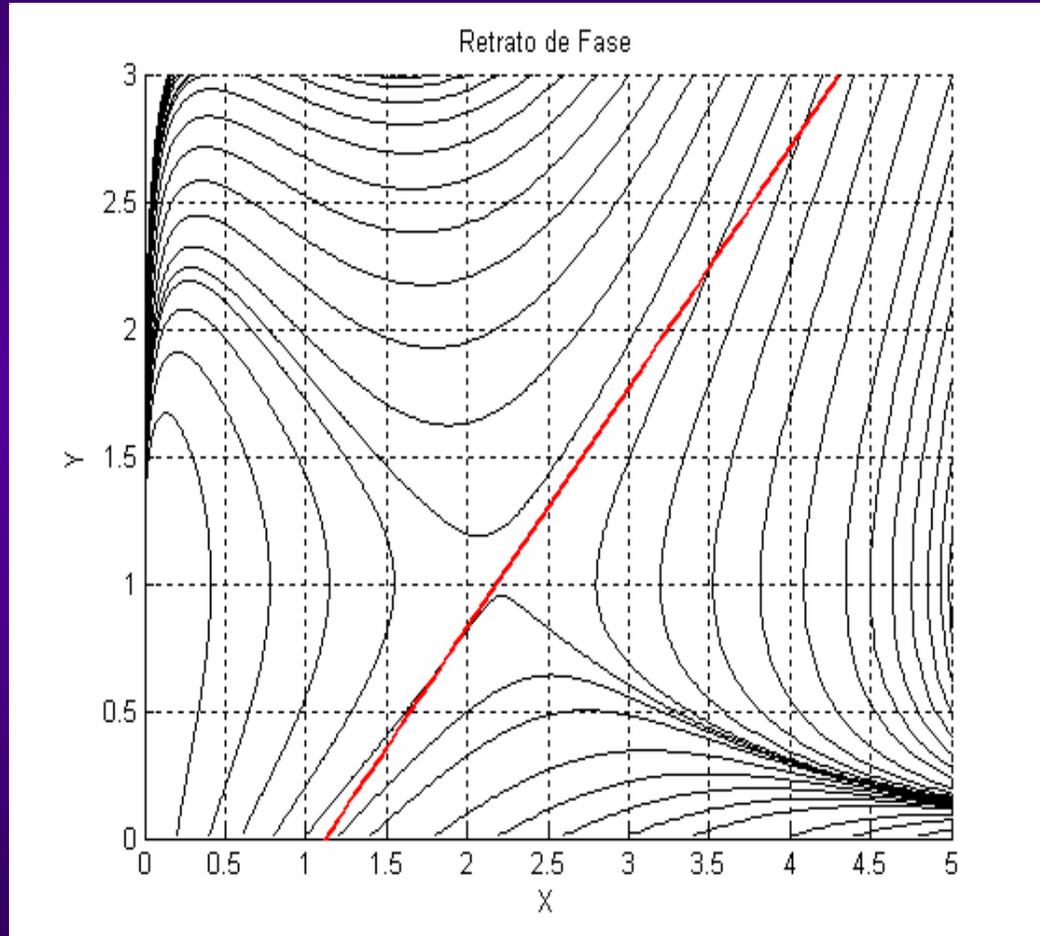
| <i><b>P1</b></i>   | <i><b>P2</b></i>   | <i><b>P3</b></i>   |
|--|--|--|
| $\begin{pmatrix} x = 0 \\ y = \frac{V}{f} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} x = \frac{1}{2e} + \sqrt{\left(\frac{1}{4e^2} - h\right)} \\ y = \frac{a}{b} \end{pmatrix}$ | $\begin{pmatrix} x = \frac{1}{2e} - \sqrt{\left(\frac{1}{4e^2} - h\right)} \\ y = \frac{a}{b} \end{pmatrix}$ |

$$h = \left(\frac{1}{d \cdot e}\right) \cdot \left(f - \left(\frac{b \cdot V}{a}\right)\right)$$



# Régimen I:

$$a \cdot f \leq V \cdot b$$

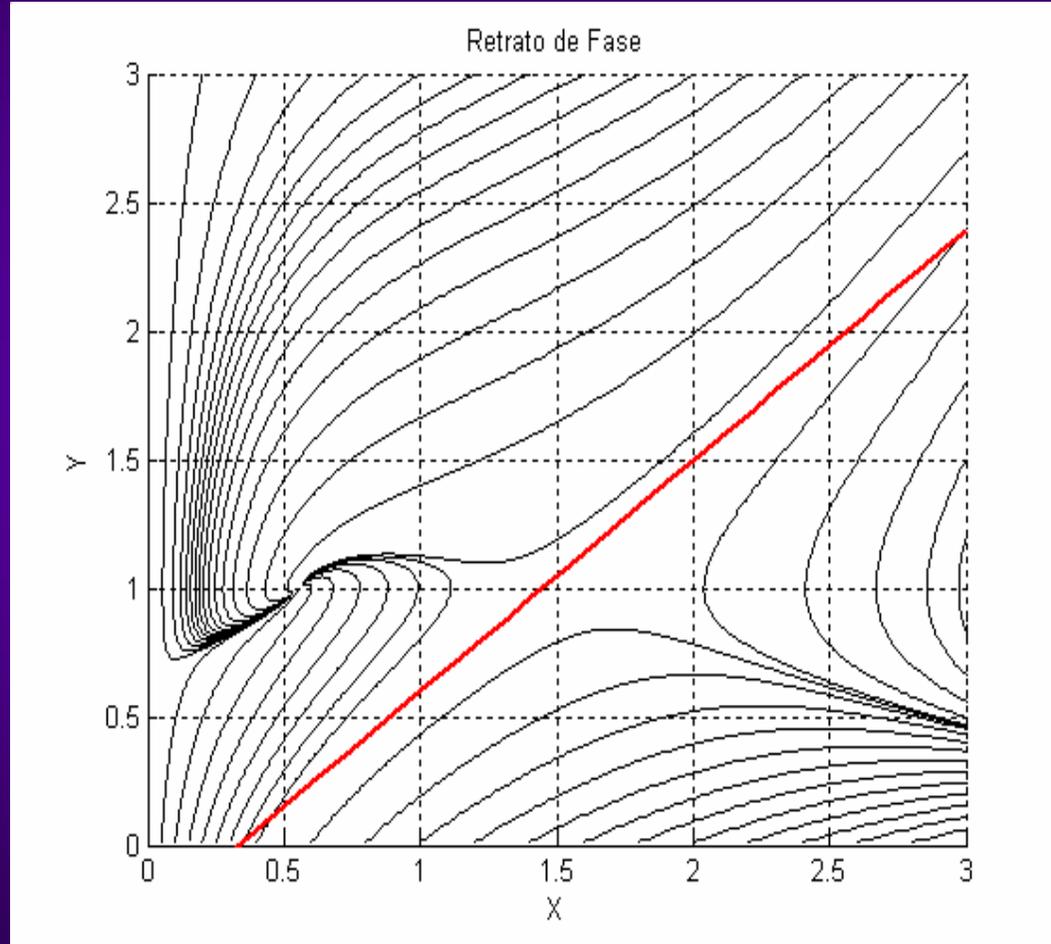




# Régimen II:

$$h > 0$$

$$\left( \frac{1}{4e^2} - h \right) > 0$$

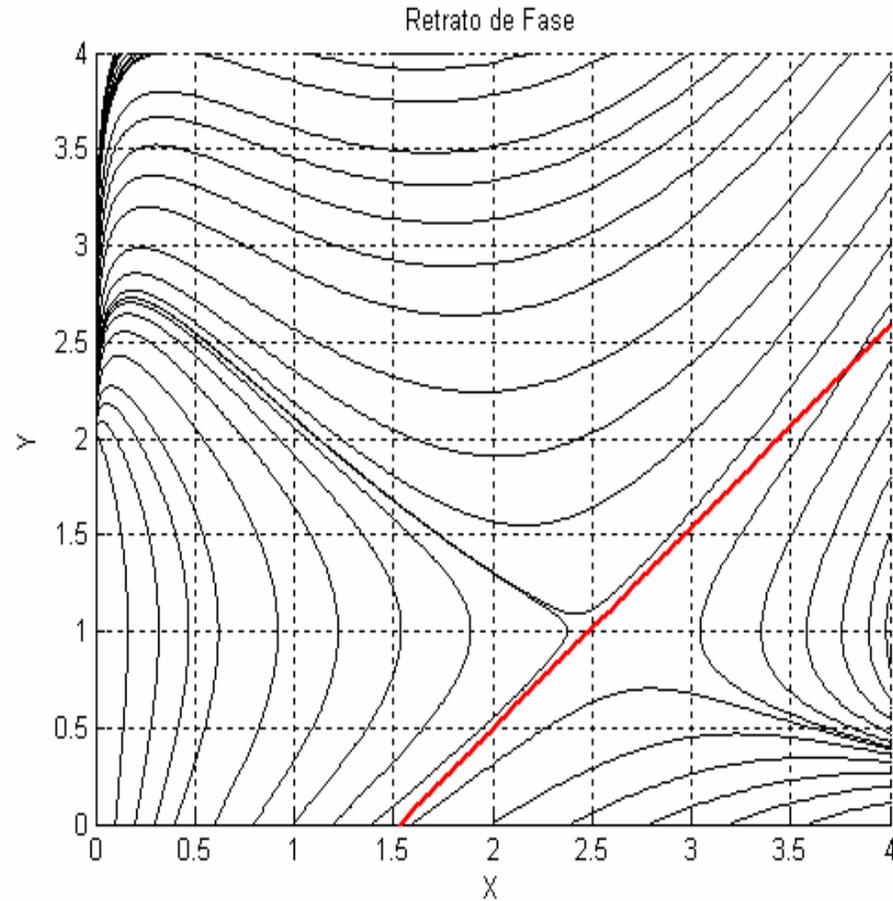




# Régimen III:

$$\left( \frac{1}{4e^2} - h \right) < 0$$

$$\left( V \cdot b + \frac{a \cdot d}{4 \cdot e} \right) < a \cdot f$$





# *Modelo en presencia de radiación*

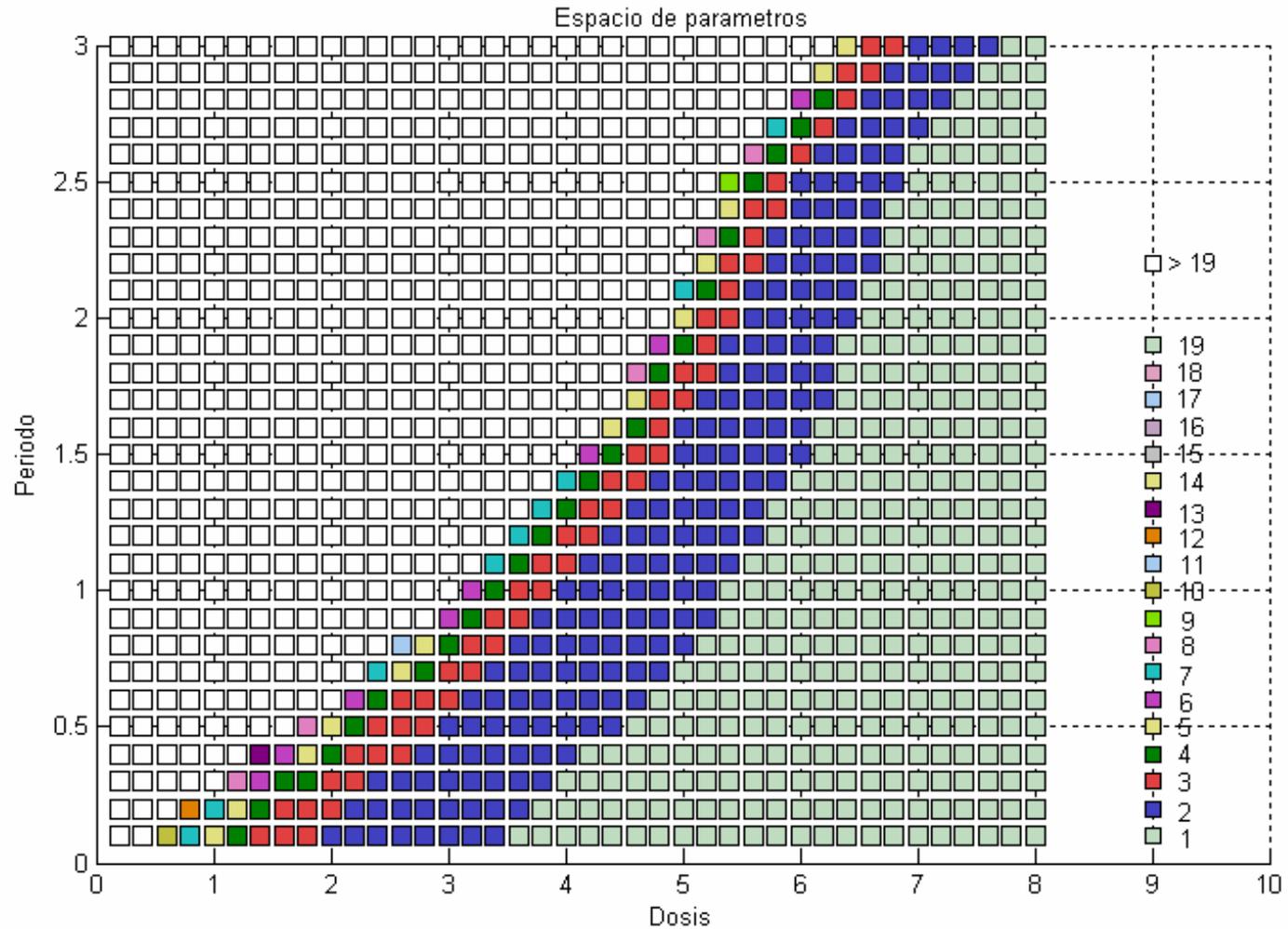
$$\frac{dx}{dt} = a \cdot x - b \cdot x \cdot y - x \cdot \sum_j (\alpha_x \cdot D + \beta_x \cdot D^2) \cdot \delta(t - j \cdot \tau)$$

$$\frac{dy}{dt} = d \cdot (x - e \cdot x^2) \cdot y - f \cdot y + V - y \cdot \sum_j (\alpha_y \cdot D + \beta_y \cdot D^2) \cdot \delta(t - j \cdot \tau)$$

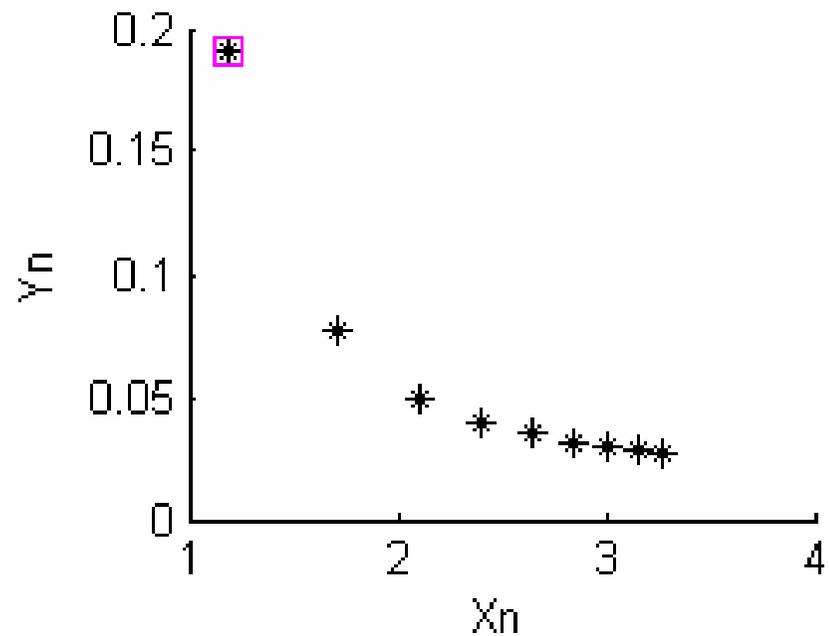




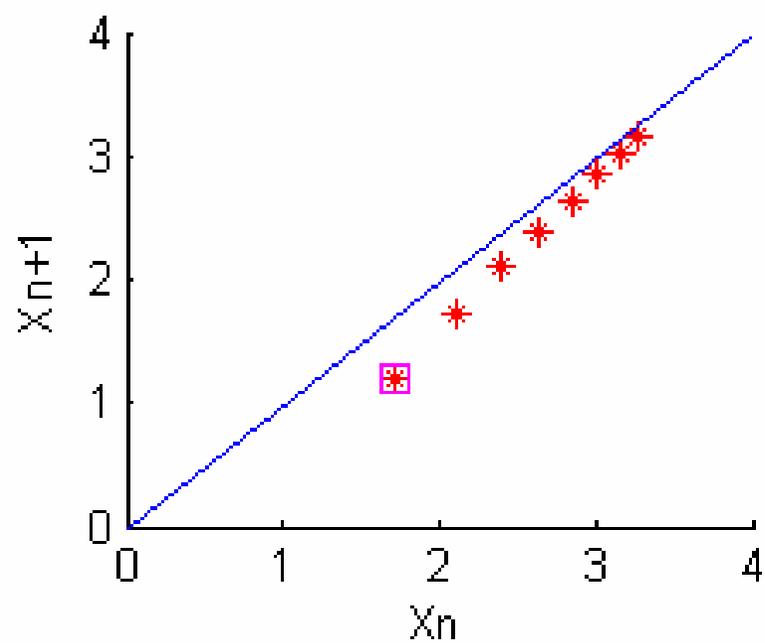
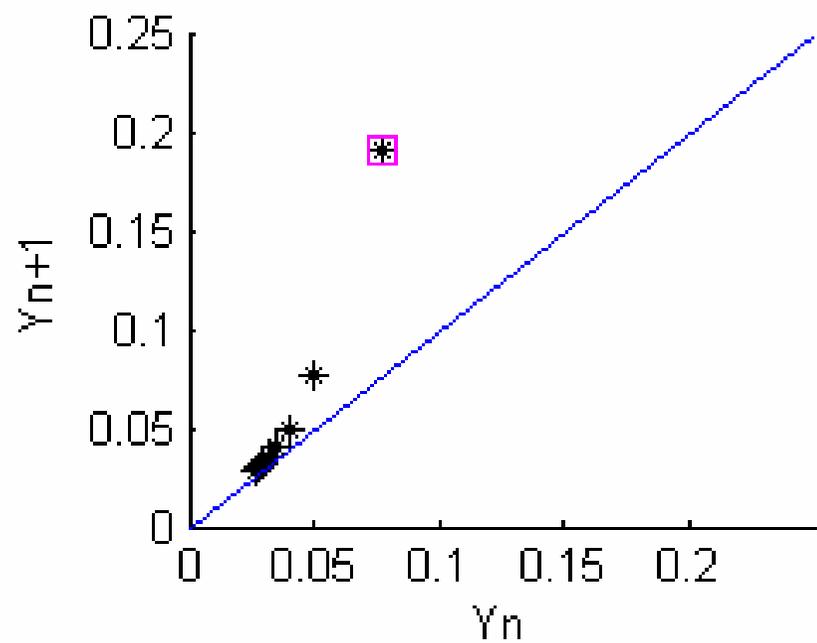
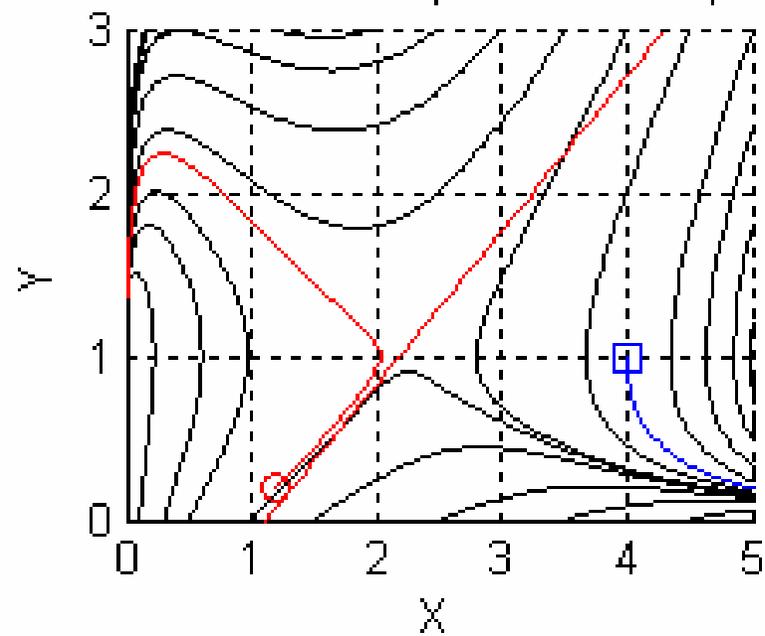
# Período vs. Dosis



Seccion de Poincare

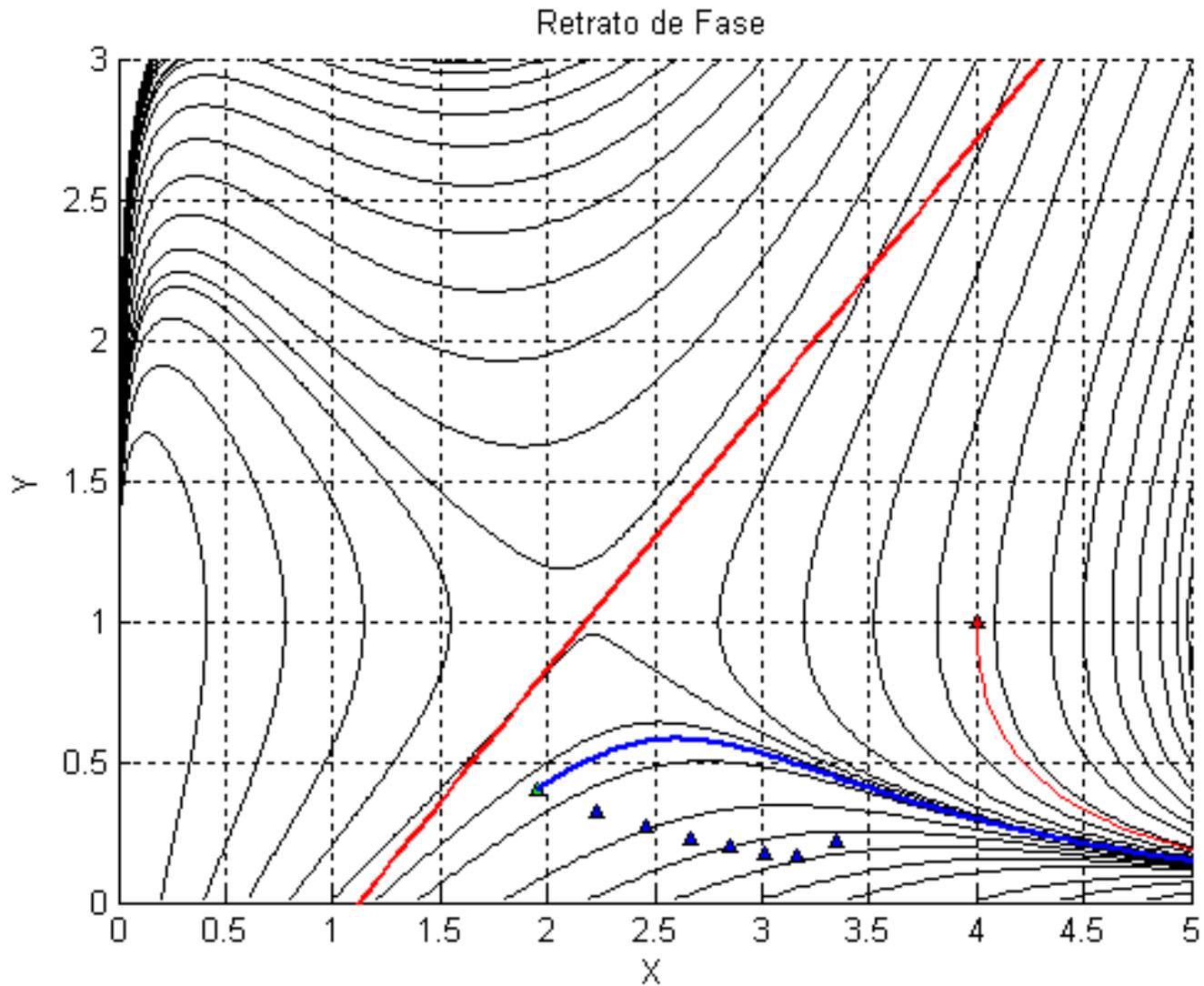


Retrato de fases sin perturbar + separatriz



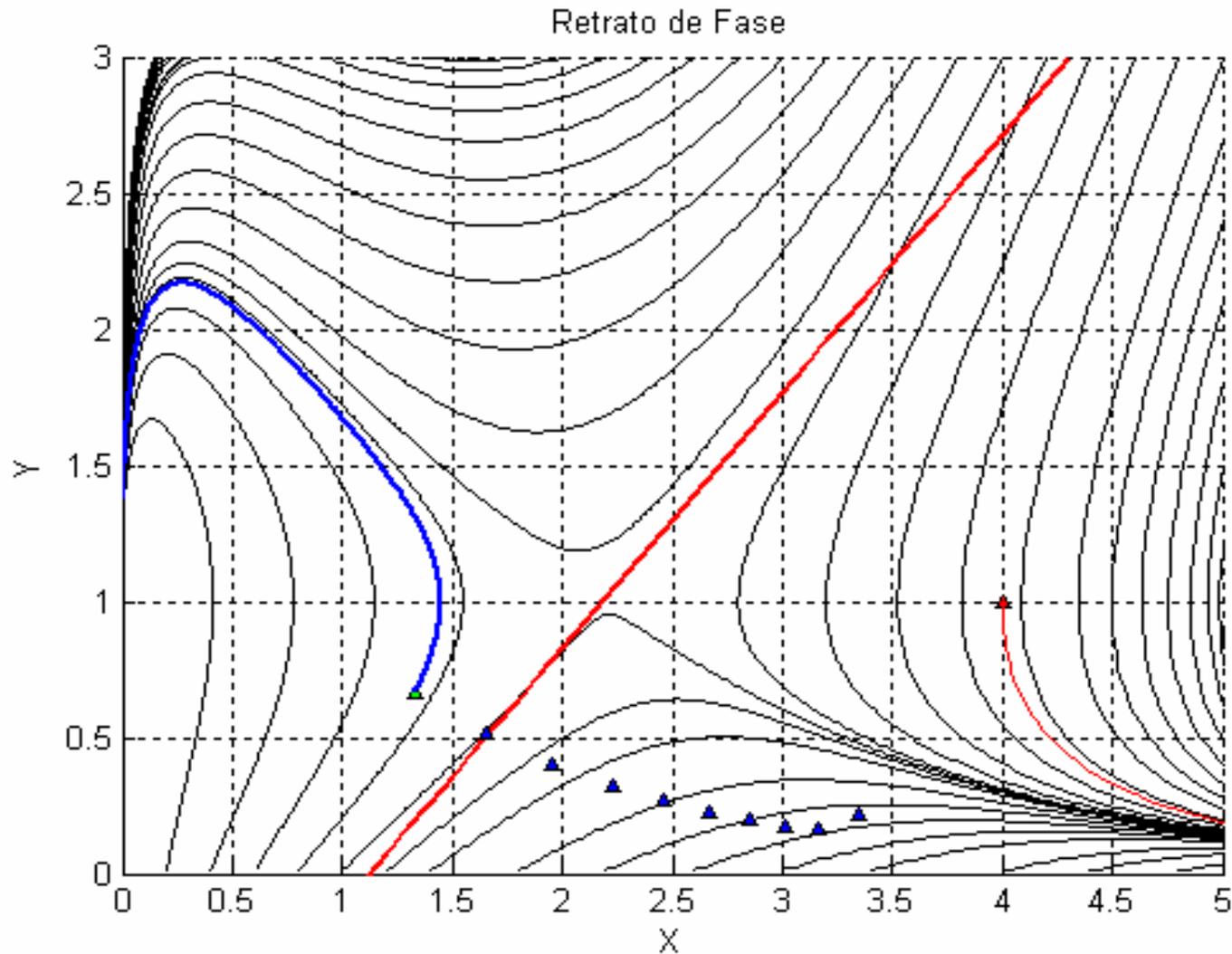


# 8 sesiones



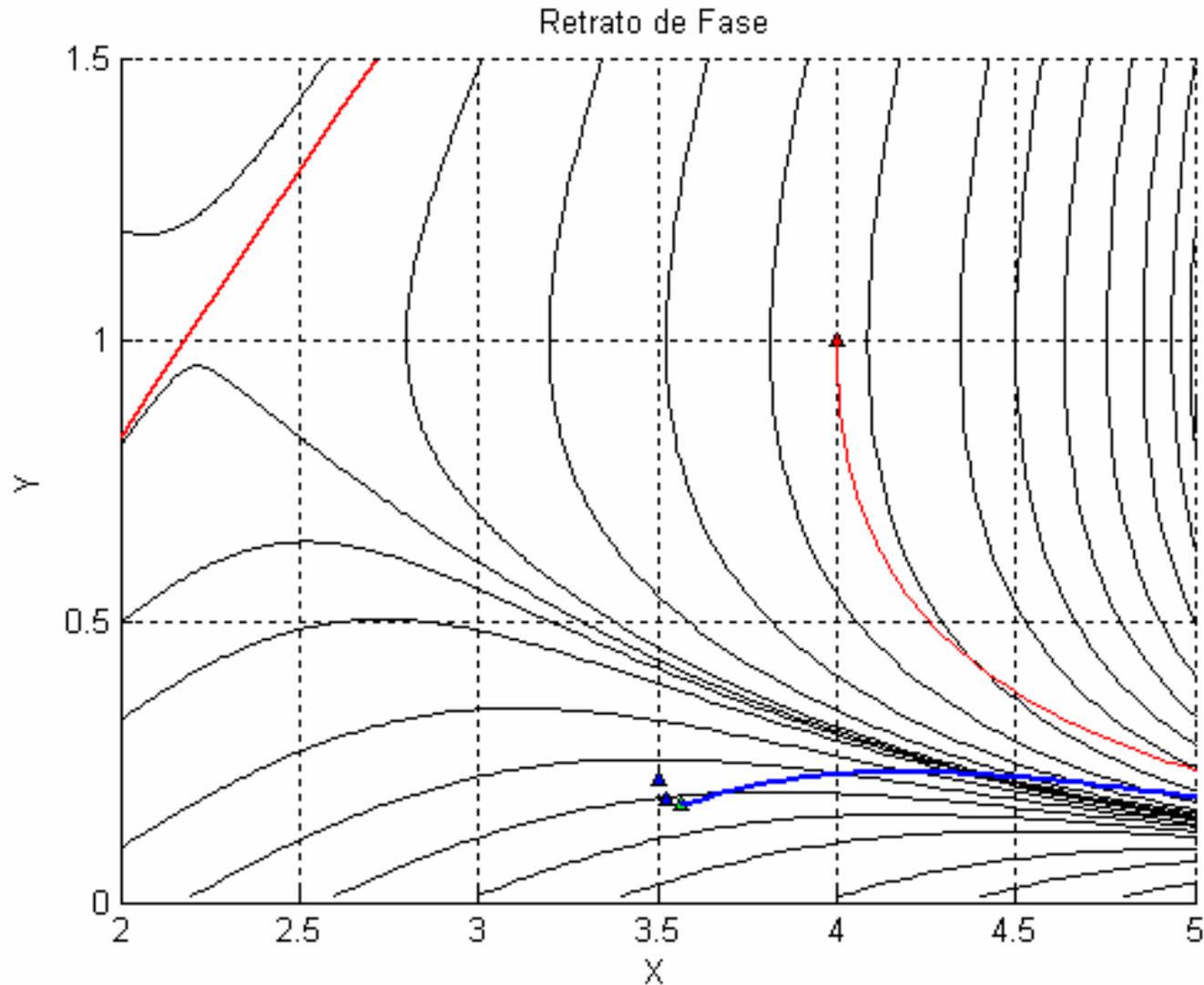


# 10 sesiones

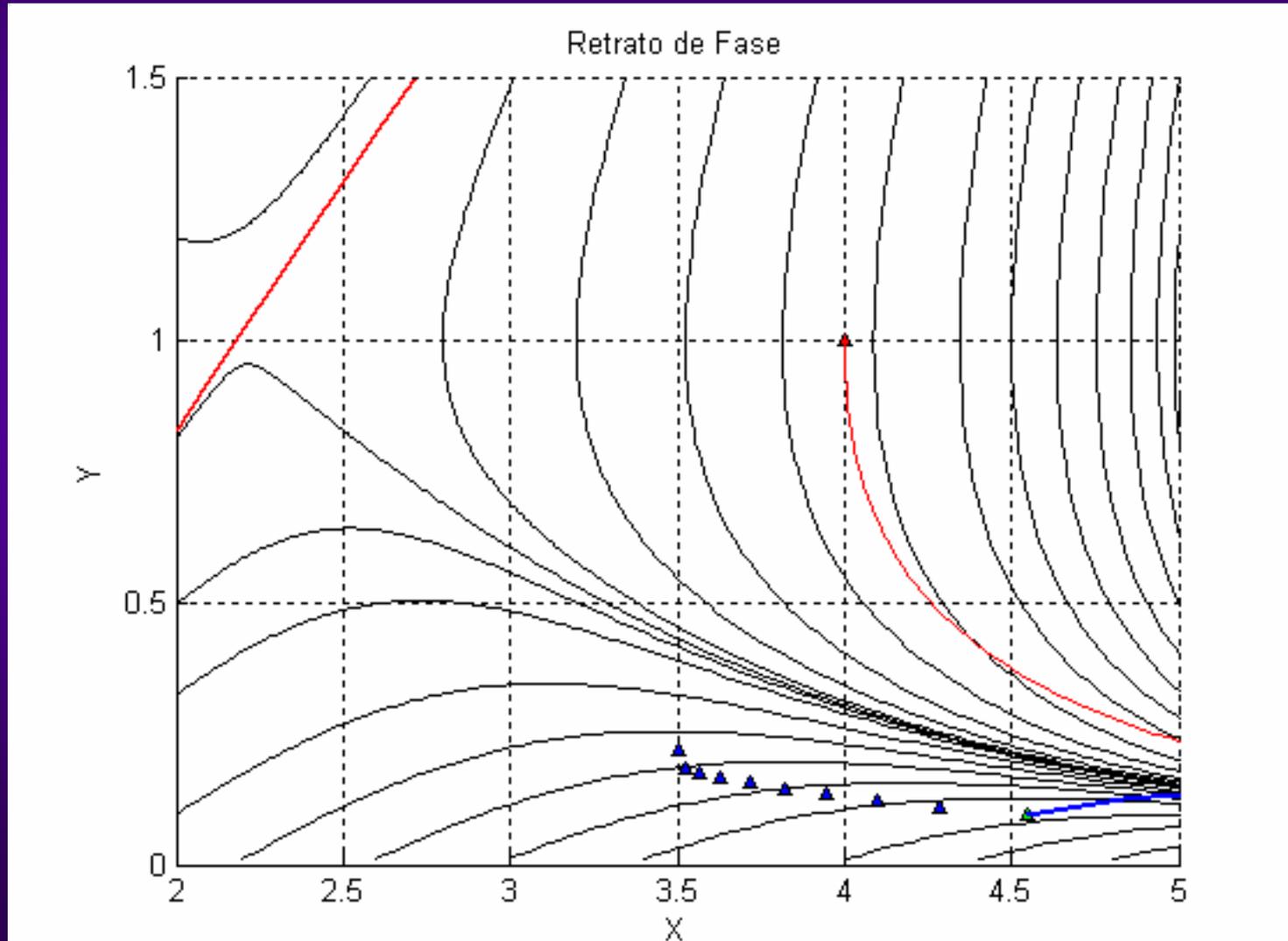




# *Aumento de período (0.40 a 0.49)*



# *Incremento de sesiones*





## *Conclusiones:*

- ◆ Para una de valores dado del período y de la dosis por sesión, el tratamiento es efectivo y logra un decrecimiento continuado de la población células cancerosas a partir de una cantidad de sesiones determinada.
- ◆ Al cambiar el período para una dosis dada, pueden ocurrir bifurcaciones que conyevan a una evolución fatal a pesar del aumento de las sesiones de radioterapia
- ◆ Con el incremento de la dosis por sesión, se requieren menos sesiones de radioterapia, pero el decrecimiento de la población de linfocitos puede ser tal, que se debilita demasiado el sistema inmunológico y devenga en un crecimiento progresivo de células cancerosas.



# *Conclusiones:*